

(入力時間 10:50-11:50 (制限時間: 60分))

1. 次の浮動小数点数の仮数の最終桁を偶数への丸めにより丸めなさい。

- (1) $(0.11101)_2 \rightarrow$ 問1 小数第4位の値を入力せよ.
 (2) $(0.10111)_2 \rightarrow$ 問2 小数第4位の値を入力せよ.
 (3) $(0.1215)_{10} \rightarrow$ 問3 小数第3位の値を入力せよ.
 (4) $(0.3145)_{10} \rightarrow$ 問4 小数第3位の値を入力せよ.

2. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -2 \\ -3 & 3 & 7 \\ -11 & 3 & -6 \end{bmatrix}$ の1ノルムを求めよ.

問5 値を入力せよ. 整数を入力すること.

3. 下表のデータに対して二次ラグランジュ補間関数 $p_2(x)$ を求めよ. 次に $p_2(5)$ を求めよ.

k	1	2	3
x_k	3.0	6.0	9.0
f_k	-1.0	5.0	2.0

問6 重み関数 $\varphi_2(x)$ を次の選択肢の中から選べ. ($p_2(x) = \sum_{i=1}^3 f_i \varphi_i(x)$ である.)

1. $\frac{1}{8}(x-6)(x-9)$ 2. $-\frac{1}{9}(x-3)(x-9)$ 3. $\frac{1}{18}(x-6)(x-9)$,
 4. $\frac{1}{18}(x-3)(x-6)$ 5. $-\frac{3}{9}(x-3)(x-6)$

問7 $p_2(5)$ の値を次の選択肢の中から選べ.

1. -4.00 2. -1.50 3. 1.33, 4. 2.78, 5. 3.38, 6. 4.00

4. $I = \int_3^5 \sin(x/2) dx$ を数値積分により近似的に計算したい. (三角関数は電卓で計算する. 角度はラジアン.)

ヒント (理論解の求め方): $I = \int_3^5 \sin(x/2) dx = -2[\cos(x/2)]_3^5$

問8 シンプソンの公式による結果を次の選択肢の中から選べ.

1. 1.327 2. 1.510 3. 1.698 4. 1.738 5. 1.744 6. 1.913

問9 $I = \int_3^4 \sin(x/2) dx$, $I = \int_4^5 \sin(x/2) dx$ をそれぞれ台形公式により近似し, それらを足し合わせることに
より I を近似したときの結果を次の選択肢の中から選べ.

1. 1.432 2. 1.691 3. 1.707 4. 1.727 5. 1.731 6. 1.872

問10 問8, 9の結果からわかることについて正しいものを選べ.

1. 問8の結果の相対誤差は問9の結果の相対誤差よりも大きいので, 問8の結果の方が精度がよい.
 2. 問8の結果の相対誤差は問9の結果の相対誤差よりも大きいので, 問9の結果の方が精度がよい.
 3. 問8の結果の相対誤差は問9の結果の相対誤差よりも小さいので, 問8の結果の方が精度がよい.
 4. 問8の結果の相対誤差は問9の結果の相対誤差よりも小さいので, 問9の結果の方が精度がよい.
 5. 問8の結果の相対誤差と問9の結果の相対誤差は同程度であり, 両者の精度は同等である.
 6. 問8の結果と問9の結果は共に偶然理論解に一致している.

5. $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ を差分により近似的に微分したい. $f'(x)$ は $f(x)$ の 1 階微分 (導関数) を表すものとする.

問 11 次の表を完成させよ. 空欄アに入る数値として適当なものを選択肢から選べ.

i	1	2	3
x_i	1.9	2	2.1
$y_i = f(x_i)$			ア

1. -5.379 2. -5.211 3. -3.217 4. 4.672 5. 5.377

問 12 問 11 の表を利用して, **前進後退差分 (試験後に間違いに気付いたため, 全員○にした)** により $f'(2)$ を近似的に求めよ. 適当な値を選択肢から選べ.

問 13 問 11 の表を利用して, 中心差分により $f'(2)$ を近似的に求めよ. 適当な値を選択肢から選べ.

問 ~~11~~**12, 13 (試験中に訂正)** の選択肢 (電卓で計算した結果を最後に 3 桁に四捨五入で丸めている.):

1. -3.02 2. -3.99 3. -4.00 4. -4.19 5. 3.99 6. 4.00

6. 以下の方程式をオイラー法を用いて解く.

$$\frac{dy}{dx} = -2x + 3y, \quad \text{初期条件: } y(1) = -2$$

問 14 刻み幅 $h = 0.1$ として $y(1.2)$ を求めよ. 計算の過程で丸めは行わないこと. 指数表示でない小数を入力せよ (余計なスペースを入れないこと).

7. 以下のようなデータが与えられている. 最小二乗法により f_k の近似 1 次式 $p(x)$ を求める.

k	1	2	3
x_k	0.0	3.0	6.0
f_k	-2.0	1.0	3.0

問 15 $p(x)$ として適切なものを選択せよ (有効数字 3 桁に丸めている).

1. $p(x) = 0.833x - 1.83$ 2. $p(x) = -1.83x + 0.833$ 3. $p(x) = 1.20x - 1.81$
 4. $p(x) = -1.81x + 1.20$ 5. $p(x) = 1.51x - 3.00$ 6. $p(x) = -3.00x + 1.51$

問 16 $p(2.5)$ の値として適切なものを選択せよ.

1. 5.00 2. -0.775 3. 0.250 4. -3.75 5. 1.66 6. 0.320

8. $f(x) = \log_e x + x^{-1}$ とする. なお, $f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の k 階微分を示す. \log_e は自然対数 (電卓では \ln) を表す. ヒント: $\frac{d}{dx}(\log_e x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$

(1) 次の表を完成させなさい. (解答はしなくてよい.)

$f(x) = \log_e x + x^{-1}$	$f(2) =$
$f^{(1)}(x) =$	$f^{(1)}(2) =$
$f^{(2)}(x) =$	$f^{(2)}(2) =$

(2) $\log_e x + x^{-1}$ の 2 のまわりでのテーラー展開を 2 次の項まで求めよ.

問 17 (2) の結果として正しいものを以下の中から選択せよ.

1. $0.100x^2 + 0.250x + 0.693$ 2. $0.500x^2 - 1.33x - 2.01$ 3. $1.20x^2 - 0.25x - 0.691$
 4. $0.250x + 0.693$ 5. $2.50x$ 6. $\log_e x + x^2$

計算問題は計算過程も書くこと。答だけのときには×とすることもある。

学年 _____ 学科 _____ 学生番号 _____ 氏名1は H28→H27 _____

1. ヤコビ法により, 以下の連立一次方程式を解く. 有効数字は3桁とし, 計算する度に四捨五入により丸める.

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(1) 初期値を $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ とし, 1回目の反復の結果 $\mathbf{x}^{(1)}$ を求めてから, $\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|_1$ を計算せよ.

(2) 2回目の反復の結果 $\mathbf{x}^{(2)}$ を求めてから, $\|\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(1)}\|_1$ を計算せよ.

(3) 係数行列が対角優位行列であるかどうかを判定せよ.

2. 2分法により非線形方程式 $f(x)=0$ の解を求める. 関数 $y=f(x)$ と 2分法における解が存在する区間の初期値 (a_0, b_0) を下の図に示す. k 番目の反復において求められる区間を (a_k, b_k) とする. $k=1, 2, 3$ に対する区間 (a_k, b_k) を図に示せ. 図はなるべく正確に (絵が下手な人は定規で測って) 描くこと. (ノートに写す場合には, 寸法が記入されている長さを定規で正確に測って正しく描くこと. 寸法がないところは大体同じであればよい.)

