

数値解析演習，令和6年4月19日レポート（なるべく1ページにまとめること。入らなければ2ページでもよい。）

情報工学科3年 学生番号 u196000

名前 宮村倫司

1. 理論（教科書，ノートを参考に重要な事項をまとめること。時間が足りないときには短くてもよい。）

1.1 桁落ち

同符号で値の近い数の減算や異符号で絶対値の近い数の加算を行うときに，有効数字の桁数が急激に減少する。それにより相対誤差が極めて大きくなるため計算の精度が低下する。

1.2 情報落ち

絶対値の差が大きな2数の加減算で，小さい値が無視される。

2. 課題

以下のプログラムは Windows 上の cygwin の gcc version 3.4.4 でコンパイルし，実行した。

（開発環境（使ったコンパイラとそのバージョン，マシン）について記述すること。）

問 1.

$\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{1+x}}$ を計算するプログラムを作成せよ。浮動小数点

数は float 型とすること（問 2, 3 も同様）。 $x=1.e-2$, $x=1.e-3$ としたときの結果をそれぞれ求めよ。

さらに $\frac{x}{(1+x)+\sqrt{1+x}}$ についても同様に結果を求めよ。

問 1 の結果

$x=1.e-2$ としたときのプログラムは以下ようになる。

（文章を入れること。プログラムだけ載せるのは不可。）

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main(void)
{
    float y1,y2,y3,y4,y5,y6=0;
    float x=1.e-2;

    y1=sqrt(1+x);
    y2=y1-1.0;
    y3=y2/y1;
    printf("%15.9e\n",y3);
    y4=x;
    y5=((1+x)+sqrt(1+x));
    y6=y4/y5;
    printf("%15.9e\n",y6);
    return(0);
}
```

$x=1.e-2$ としたときの実行結果は以下ようになる。

4.962844774e-03

4.962809850e-03

$x=1.e-3$ としたときの実行結果は以下ようになる。

4.995948402e-04

4.996253410e-04

考察 桁落ちによって解が異なることがわかる。 $x=1.e-3$ としたときには，減算を含むプログラムの有効桁数は 3 桁程度となっている。

問 2.

$\sum_{i=1}^{10^8} a_i$ ($a_i \equiv 0.1$) を計算するプログラムを作成せよ。

0.1×10^8 と求めた解は一致するか。

問 2 の結果

プログラムの重要な部分は以下になる。
（重要な部分だけ抜粋して載せればよい。）

```
float x=0.1;
float y=1.e8;
float z=0;
int i;

for(i=0;i<y;i++){
    z=z+x;
}
printf("%e\n",x*y);
printf("%e\n",z);
```

実行結果は以下ようになる。

1.000000e+07

2.097152e+06

考察 0.1×10^8 の理論値は 1.0×10^7 であるが， $\sum_{i=1}^{10^8} a_i$

($a_i \equiv 0.1$) をプログラムにより計算すると情報落ちのために正しい計算結果を求めることができない。

問 3.

演習問題 0.6 について，桁落ちの可能性のある式と，桁落ちしない式を用いてプログラムを作成し，数値実験せよ。

問 3 の結果

プログラムの重要な部分は以下ようになる。

```
float a=1.e3;
float b=1.e1;
float r;
float x1=0;
float x2=0;
float x3;
float x4;
r=sqrt((a*a)-b);
x3=-a+r;
x4=-a-r;
if(a>0){
    x1=-b/(a+r);
    x2=-a-r;
}
if(a<0){
    x1=-a+r;
    x2=b/(-a+r);
}

printf("x1=%15.6e x2=%15.6e\n",x1,x2);
printf("x1=%15.6e x2=%15.6e\n",x3,x4);
```

$a=1.e3, b=1.e1$ の時の実行結果は以下ようになる。

$x1=-5.000012e-03$ $x2=-1.999995e+03$

$x1=-5.004883e-03$ $x2=-1.999995e+03$

考察 桁落ちの恐れのある式では，桁落ちが発生して正しい計算結果が得られない。