

(入力時間 13:10-14:10 (制限時間: 60分)) 数字は全て整数で入力し, 余計なスペースを入れないこと

1. 次の計算をせよ.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 7 \end{bmatrix} =$$

問1 上記問題の答を下記選択肢から選べ.

- (1) -4 (2) -5 (3) 5 (4) $\begin{bmatrix} -6 & 4 & 12 \\ -6 & 6 & 18 \\ 2 & -2 & -6 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} -6 & 4 & 14 \\ -12 & 8 & 28 \\ 3 & -2 & -7 \end{bmatrix}$ (6) $\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -6 & 6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

2. $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ に対して, 次の計算を行え.

問2 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ の結果を選択肢から選べ.

問3 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ の結果を選択肢から選べ.

問4 $|\mathbf{a}|$ の結果を選択肢から選べ.

問5 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}$ の結果を選択肢から選べ.

問2-5 共通の選択肢:

- (1) $\sqrt{30}$ (2) 17 (3) $\sqrt{27}$ (4) 27 (5) $\sqrt{46}$ (6) 0
- (7) $\begin{bmatrix} 28 \\ 17 \\ -9 \end{bmatrix}$ (8) $\begin{bmatrix} 34 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$ (9) $\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ (10) $\begin{bmatrix} 29 \\ 13 \\ -9 \end{bmatrix}$

3. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 7 & 3 & -1 & 0 \\ -4 & -6 & 10 & 12 \end{bmatrix}$ のランクを下記のように掃出し法で求める.

最初に, 下記の表を完成させる.

1	-1	3	4	
7	3	-1	0	
-4	-6	10	12	
1	-1	3	4	
0	ウ			②+①×ア _____
0				③+①×イ _____

問6 アとして適当な数値を入力せよ.

問7 イとして適当な数値を入力せよ.

問8 ウとして適当な数値を入力せよ.

問9 $\text{rank}\mathbf{A}$ の値を入力せよ.

4. $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$ の固有値、ベクトルを求めよ.

(値を入力する場合には余計なスペースを入れないこと)

問 10 小さい方の固有値を入力せよ.

問 11 もうひとつの固有値を入力せよ. もし, 固有値がひとつなら 999 を入力せよ.

問 12 問 10 の固有値に対応する固有ベクトルを選べ.

問 13 問 11 の固有値に対応する固有ベクトルを選べ.

問 12, 13 共通の選択肢

- (1) $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

(6) 固有値はひとつなので, この問の答はない.

5. 次の行列の幾何学的重複度と代数的重複度を求め, 対角化可能であるかを判断せよ. なお, この行列の固有値は 2 個ある.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ -6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

問 14 小さい方の固有値に対する代数的重複度を入力せよ.

問 15 大きい方の固有値に対する幾何学的重複度を入力せよ.

問 16 この行列は対角化可能か?

- (1) 可能 (2) 不可能

6. 原点を通る平面 1 と平面 2 がある. 平面 1 は $\mathbf{n}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ に垂直であり, 平面 2 は $\mathbf{n}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}$ に垂直である.

また, 平面 1 が表す部分空間を U , 平面 2 が表す部分空間を V とする.

問 17 平面 1 の陰関数表示として正しいものを選択肢の中から選べ.

問 18 平面 2 の陰関数表示として正しいものを選択肢の中から選べ.

問 17, 18 共通の選択肢

- (1) $x+3y-z=0$ (2) $x+3y-z-1=0$ (3) $x-2y+3z=0$
 (4) $x-2y+3z+2=0$ (5) $3x+7y-4z=0$ (6) $z-2=0$

問 19 U と V の交わり $U \cap V$ が表す部分空間の基底として正しいものを選択肢の中から選べ.

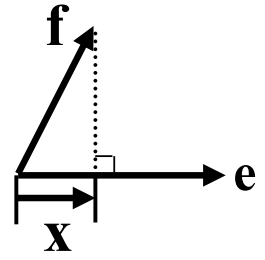
- (1) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$
 (4) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}$ (6) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

問 20 $U \cap V$ の次元を整数で入力せよ.

記述式の裏面に続く

選択式問題の続き

7. 図に示すように、同一平面上にベクトル \mathbf{x} , \mathbf{e} , \mathbf{f} がある。(模式的な図であり、 \mathbf{e} と \mathbf{f} の位置関係は問 21 に与えられたベクトルの場合とは異なる)



問 21 ベクトル \mathbf{x} をベクトル \mathbf{e} , \mathbf{f} により表す。次に、

$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$ としたとき、 \mathbf{x} として正しいものを選択肢より選べ。

(1) $\frac{1}{34} \begin{bmatrix} 175 \\ 265 \\ -50 \end{bmatrix}$

(2) $\frac{1}{53} \begin{bmatrix} 91 \\ -265 \\ -26 \end{bmatrix}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{53}} \begin{bmatrix} 68 \\ 0 \\ 371 \end{bmatrix}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{53}} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$

(5) $\frac{1}{\sqrt{34}} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$

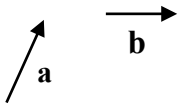
(6) $\frac{1}{53} \begin{bmatrix} 68 \\ 0 \\ 371 \end{bmatrix}$

選択肢に間違いがあった。修正済 : (6) $\frac{1}{53} \begin{bmatrix} 68 \\ 0 \\ 238 \end{bmatrix}$

計算問題は計算過程も書くこと。答だけのときには×とすることもある。

学年 _____ 学科 _____ 学生番号 _____ 氏名 _____

1. ベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} が以下のように定義されている。ベクトル $-2\mathbf{a}-3\mathbf{b}$ を図解せよ。



2. R^3 において $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ により張られる（生成される）空間を U とする。 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ が空間 U に含まれる条件を求めよ。

3. 点 $\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ を通る直線の方程式（パラメータ表示）を求めよ。ただし，この直線上の点を $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ，パラメータを t とせよ。