令和２年度（情報１年後期，１月 20 日）工科系数学４（線形代数）期末試験（選択式）（担当：宮村倫司）

学年＿＿＿　学科＿＿＿＿＿＿＿　学生番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　紙で提出　　印

（入力時間 14：40－16：10（制限時間：60 分））数字は全て整数で入力し，余計なスペースを入れないこと）

１．次の計算をせよ．

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \\ 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -2 & 8 \end{bmatrix} =$$

問１　上記問題の答を下記選択肢から選べ．

(1) -5　(2) 48　(3) 58　(4) $\begin{bmatrix} 10 & -4 & 16 \\ -35 & 14 & -56 \\ 15 & -6 & 24 \end{bmatrix}$　(5) $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 10 \\ -2 & -9 & 1 \\ 8 & 1 & 11 \end{bmatrix}$　(6) $\begin{bmatrix} 10 & -35 & 15 \\ -4 & 14 & -6 \\ 16 & -56 & 24 \end{bmatrix}$

２．$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$，$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ に対して，次の計算を行え．

問２　$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ の結果を選択肢から選べ．

問３　$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ の結果を選択肢から選べ．

問４　$|\mathbf{a}|$の結果を選択肢から選べ．

問５　$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{a}$ の結果を選択肢から選べ．

問２－５共通の選択肢：

(1) $\dfrac{\sqrt{50}}{2}$　(2) 0　(3) $\sqrt{50}$　(4) 7　(5) 48　(6) 49

(7) $\begin{bmatrix} 21 \\ 4 \\ 24 \end{bmatrix}$　(8) $\begin{bmatrix} 10 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix}$　(9) $\begin{bmatrix} 13 \\ 13 \\ 24 \end{bmatrix}$　(10) $\begin{bmatrix} 4 \\ 30 \\ 8 \end{bmatrix}$

３．$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & -1 \\ 5 & 7 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ のランクを下記のように掃出し法で求める．

最初に，下記の表を完成させる．

1	5	-2	-1	
5	7	-3	4	
3	-3	1	6	
1	5	-2	-1	
0	ウ＿＿			②+①×ア＿＿＿＿＿
0				③+①×イ＿＿＿＿＿

問６　アとして適当な数値を入力せよ．
問７　イとして適当な数値を入力せよ．
問８　ウとして適当な数値を入力せよ．
問９　$rank\mathbf{A}$ の値を入力せよ．

4． $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 25 & 7 \end{bmatrix}$の固有値，固有空間の基底を求めよ．

（値を入力する場合には余計なスペースを入れないこと）

問 10　小さい方の固有値を入力せよ．

問 11　もうひとつの固有値を入力せよ．もし，固有値がひとつなら 999 を入力せよ．

問 12　問 10 の固有値に対応する固有空間の基底を選べ．

問 13　問 11 の固有値に対応する固有空間の基底を選べ．

問 12，13 共通の選択肢

(1) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$　(3) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$　(5) $\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}$　(6) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(6) 固有値はひとつなので，問 4 の答はない．

5． 次の行列の幾何学的重複度と代数的重複度を求め，対角化可能であるかを判断せよ．なお，この行列の固有値は 2 個ある．

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

問 14　小さい方の固有値に対応する代数的重複度を入力せよ．

問 15　大きい方の固有値に対応する幾何学的重複度を入力せよ．

問 16　この行列は対角化可能か？

(1) 可能　　(2) 不可能

6． 3 点 $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$，$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$，$\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$を通る平面の方程式を求める．

問 17　この平面の法線として正しいものを選択肢の中から選べ．

(1) $\begin{bmatrix} 3 \\ -35 \\ -15 \end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix} 37 \\ 4 \\ -11 \end{bmatrix}$　(3) $\begin{bmatrix} -9 \\ 67 \\ -23 \end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix} 7 \\ 71 \\ 12 \end{bmatrix}$　(5) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$　(6) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

問 18　この平面上の点を $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ としたとき，陰関数表示としたこの平面の方程式を下記の選択肢から選べ．

(1) $-11x - 4y + 8z + 43 = 0$　(2) $3x - 35y - 15z - 78 = 0$　(3) $-9x + 67y - 23z = 0$

(4) $-9x + 67y - 23z + 51 = 0$　(5) $-x + 6z - 5 = 0$　(6) $23x + 2y + z - 17 = 0$

7． R^3 において $\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$，$\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}$により張られる（生成される）空間を U とする。

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$としたとき、$\mathbf{x} \in U$ となる条件を求めよ．

問 19　$\mathbf{x} \in U$ となる条件として適切なものを選択肢より選べ．

(1) $15x - 6y + z = 0$　(2) $15x - 6y + z - 6 = 0$　(3) $x - 7y - 3z = 0$

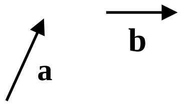
(4) $x - 7y - 3z + 10 = 0$　(5) $x + 2y + z = 0$　(6) $2x - 3y + 5z - 2 = 0$

令和２年度（情報１年後期，１月 20 日）工科系数学４（線形代数）期末試験（記述式）（担当：宮村倫司）

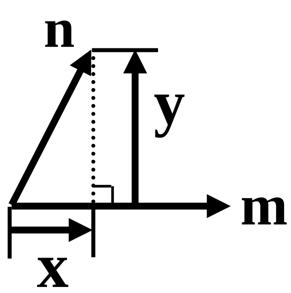
<u>計算問題は計算過程も書くこと．答だけのときには×とすることもある．</u>

学年＿＿＿＿ 学科＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 学生番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．ベクトル **a**，**b** が以下のように定義されている．ベクトル $-\mathbf{a}-3\mathbf{b}$ を図解せよ．



２．方程式 $-5x-2y+7z=0$ の解空間（V とする）の次元と一組の基底を求めよ．



３．グラムシュミットの直交化に関する次の問に答えよ．

(1) 右の図のベクトル **x**, **y** をベクトル **m**，**n** により表せ．求め方も書くこと．図解して説明すること．

(2), $\mathbf{m}=\begin{bmatrix}-2\\5\\-1\end{bmatrix}$, $\mathbf{n}=\begin{bmatrix}1\\1\\-1\end{bmatrix}$ としたとき，**x**, **y** を計算せよ．

(3) <u>(2)の結果を利用して</u>，一組の正規直交基底を作れ．